

國立宜蘭大學 100 學年度微積分競試試題

※注意事項※

1. 考試時間為 80 分鐘，考試開始 10 分鐘後不得入場，考試期間不得離開考場；考試期間亦禁止使用字典、計算機、及任何通訊器材。
2. 試題共計 25 題，每題 4 分，試題答案請依題號填入答案卡，答錯或劃記多於一個選項者倒扣 1 分，倒扣到總分數零分為止，未作答者，不給分亦不倒扣。
3. 請用 2B 鉛筆在答案卡之「解答欄」內劃記。修正時應以橡皮擦拭，請勿在答案卡上使用修正液。作答範例：若第 1 題試題選項為(A)3 (B)5 (C)7 (D)9 (E)11，而正確的答案為選項(A)3 時，請在答案卷上劃記 (請實心填滿或大部分填滿) 如下圖：

國立宜蘭大學 100 學年度微積分競試答案卷

系別: _____ 年級: _____

姓名: _____ 學號: _____

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1	■					14					
2						15					
3						16					
4						17					
5						18					
6						19					
7						20					
8						21					
9						22					
10						23					
11						24					
12						25					
13											

祝考試順利!!

1. Evaluate $\cos(\tan^{-1}(\sin(\cot^{-1} x))) = ?$

(A) $\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2+2}}$ (B) $\sqrt{\frac{x^2+3}{x^2+2}}$ (C) $\sqrt{\frac{x^2+3}{x^2+1}}$ (D) $\frac{x^2+1}{x^2+2}$ (E) $\sqrt[3]{\frac{x^2+1}{x^2+2}}$

2. Evaluate $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x + 4^x}{3^{x+1} + 4^{x+2}} = ?$

(A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{16}$ (C) $\frac{1}{24}$ (D) $\frac{1}{32}$ (E) $\frac{1}{64}$

3. Evaluate $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right) = ?$

(A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2

4. Find $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta + \tan \theta} = ?$

(A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$

5. Evaluate $\frac{d}{dx}(9^x) = ?$

(A) $x \cdot 9^{x-1}$ (B) $9^x \cdot \ln 9$ (C) $9^x \cdot \log 9$ (D) 9^x (E) $x \cdot 9^x$

6. Assume $f(x) = (\sin 10x + \cos 10x)^{10}$, please find $f'(\pi) = ?$

(A) 100 (B) 110 (C) 0 (D) 10 (E) 111

7. Assume $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$, please find $f^{(100)}(0) = ?$

(A) 0 (B) 100! (C) -100! (D) 100 (E) -100

8. Assume $f(x) = \sqrt{\frac{(x-1)(x-2)^2(x-3)^3}{x^2+4}}$, please find $f'(0) = ?$

(A) $-\frac{9\sqrt{3}}{2}$ (B) $-\frac{9\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ (D) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ (E) $5\sqrt{3}$

9. Evaluate $\int_{-2}^2 |x+1| dx = ?$

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

10. Evaluate $\int_0^\pi x^2 \sin x dx = ?$

(A) $\pi + 4$ (B) $\pi^2 + 4$ (C) 0 (D) $\pi^2 - 4$ (E) $\pi - 4$

11. Evaluate $\int_0^\pi \sin 3x \cos 5x dx = ?$

(A) π (B) $2\pi^2 + 4$ (C) 0 (D) $-\pi$ (E) $2\pi^2 - 4$

12. Evaluate $\int_{-1}^3 [x] dx = ?$

(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 7

13. Evaluate $\int_{10}^{100} \frac{1}{x(\log x)^2} dx = ?$

(A) $\frac{1}{2} \log 100$ (B) $\frac{1}{2} \log 10$ (C) $\frac{1}{4} \log 10$ (D) $\frac{1}{2} \ln 100$ (E) $\frac{1}{2} \ln 10$

14. Evaluate $\int_{-5}^5 \frac{\sin x}{\sqrt{1+x^4}} dx = ?$

(A) $-5\sqrt{5}$ (B) 0 (C) $5\sqrt{5}$ (D) $5 + \sqrt{5}$ (E) $5 - \sqrt{5}$

15. Evaluate $\int \frac{1}{1 - \sin x} dx = ?$

(A) $\sin x + \sec x + C$ (B) $\cos x + \sec x + C$ (C) $\tan x + \sec x + C$ (D) $\tan x + \cot x + C$ (E) 0

16. Evaluate $\int \frac{x+1}{x^2 - 3x + 2} dx = ?$

(A) $\ln|x^2 - 3x + 2| + C$ (B) $-\ln|x-1| + 2\ln|x-2| + C$ (C) $-2\ln|x-1| + 3\ln|x-2| + C$

(D) $\ln|x^2 + 3x - 2| + C$ (E) $\ln\left|\frac{x+1}{x^2 - 3x + 2}\right| + C$

17. $x^2 - xy + y^2 = 1$, Evaluate $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{(1,1)} = ?$

(A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2

18. Find the area of the region bounded by $x = 3 - y^2$ and $x = y + 1$.

(A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{5}{2}$ (C) $\frac{7}{2}$ (D) $\frac{9}{2}$ (E) 2

19. The region enclosed by $y = x^2$ and $y = 2x$ is rotated about the line $x = 3$. Find the volume of the resulting solid.

(A) $\frac{16}{3}\pi$ (B) $\frac{16}{3}$ (C) $\frac{16}{7}\pi$ (D) $\frac{16}{7}$ (E) π

20. Evaluate $\int e^{ax} \sin bxdx = ?$

(A) $\frac{e^{ax}}{a^2 + b^3} (a \sin bx - b \cos bx) + C$ (B) $\frac{e^{bx}}{a^2 + b^2} (a \sin ax - b \cos bx) + C$

(C) $\frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} (a \sin bx + b \cos bx) + C$ (D) $\frac{e^{bx}}{a^2 + b^2} (a \sin bx - a \cos bx) + C$

(E) $\frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} (a \sin bx - b \cos bx) + C$

21. Evaluate $\frac{d}{dx} \int_1^{\sin x} \frac{1}{1+t^4} dt = ?$

(A) $\frac{\cos x}{1 + \cos^4 x}$ (B) $\frac{\cos x}{1 - \sin^4 x}$ (C) $\frac{\sin x}{1 + \cos^4 x}$ (D) $\frac{\sin x}{1 + \sin^4 x}$ (E) $\frac{\cos x}{1 + \sin^4 x}$

22. Evaluate $\int \sin^{-1} x dx = ?$

(A) $x^2 \sin^{-1} x + \sqrt{1+x^2} + C$ (B) $x \cos^{-1} x + \sqrt{1-x^2} + C$ (C) $x \sin^{-1} x + \sqrt{1+x^2} + C$

(D) $x \sin^{-1} x + \sqrt{1-x^2} + C$ (E) $x \sin x + \sqrt{1+x^2} + C$

23. Evaluate $\int \frac{1}{\sqrt{e^{2x}-4}} dx = ?$

(A) $\frac{1}{2} \sec^{-1} \left(\frac{e^x}{2} \right) + C$ (B) $\frac{1}{4} \sec^{-1} \left(\frac{e^{2x}}{2} \right) + C$ (C) $\frac{1}{2} \sec^{-1} \left(\frac{e^{2x}}{2} \right) + C$

(D) $\frac{1}{4} \sec^{-1} \left(\frac{e^x}{4} \right) + C$ (E) $\frac{1}{2} \sec \left(\frac{e^{2x}}{2} \right) + C$

24. 求橢圓 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b)$ 繞 x 軸旋轉之旋轉體體積。

(A) $\frac{3}{4}\pi \cdot a^3$ (B) $\frac{4}{3}\pi \cdot a^2 \cdot b$ (C) $\frac{3}{4}\pi \cdot b^3$ (D) $\frac{4}{3}\pi \cdot a \cdot b^2$ (E) $\frac{2}{3}\pi \cdot a^2 \cdot b$

25. 求橢圓 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b)$ 繞 y 軸旋轉之旋轉體體積。

(A) $\frac{3}{4}\pi \cdot a^3$ (B) $\frac{2}{3}\pi \cdot a^2 \cdot b$ (C) $\frac{3}{4}\pi \cdot b^3$ (D) $\frac{4}{3}\pi \cdot a \cdot b^2$ (E) $\frac{4}{3}\pi \cdot a^2 \cdot b$