

# 國立宜蘭大學 100 學年度微積分競試試題

## ※注意事項※

1. 考試時間為 80 分鐘，考試開始 10 分鐘後不得入場，考試期間不得離開考場；考試期間亦禁止使用字典、計算機、及任何通訊器材。
2. 試題共計 25 題，每題 4 分，試題答案請依題號填入答案卡，答錯或劃記多於一個選項者倒扣 1 分，倒扣到總分數零分為止，未作答者，不給分亦不倒扣。
3. 請用 2B 鉛筆在答案卡之「解答欄」內劃記。修正時應以橡皮擦拭，請勿在答案卡上使用修正液。作答範例：若第 1 題試題選項為(A)3 (B)5 (C)7 (D)9 (E)11，而正確的答案為選項(A)3 時，請在答案卷上劃記 (請實心填滿或大部分填滿) 如下圖：

國立宜蘭大學 100 學年度微積分競試答案卷

系別: \_\_\_\_\_ 年級: \_\_\_\_\_

姓名: \_\_\_\_\_ 學號: \_\_\_\_\_

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1	■					14					
2						15					
3						16					
4						17					
5						18					
6						19					
7						20					
8						21					
9						22					
10						23					
11						24					
12						25					
13											

祝考試順利!!

1. Evaluate  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt[3]{x}-1} = ?$

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{3}{2}$  (C)  $\frac{5}{2}$  (D)  $\frac{1}{5}$  (E)  $\frac{3}{5}$

2. Evaluate  $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-\sqrt[4]{x}-2} = ?$

- (A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{2}{3}$  (C) 1 (D)  $\frac{4}{3}$  (E)  $\frac{5}{3}$

3. Find  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{5x^2} = ?$

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $\frac{1}{6}$  (D)  $\frac{1}{8}$  (E)  $\frac{1}{10}$

4. Find  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{\sin \pi x} = ?$

- (A)  $\frac{2}{\pi}$  (B)  $\frac{\pi}{2}$  (C)  $\frac{4}{\pi}$  (D)  $\frac{\pi}{4}$  (E)  $\pi$

5. Evaluate  $\frac{d}{dx}(9^{3x^2}) = ?$

- (A)  $3x^2 \cdot 9^{3x^2-1}$  (B)  $9^{3x^2} \cdot \ln 9$  (C)  $9^{3x^2} \cdot \log 9$  (D)  $\ln 9 \cdot 9^{3x^2} \cdot 6x$  (E)  $\log 9 \cdot 9^{3x^2} \cdot 6x$

6. Evaluate  $\frac{d}{dx}(x^x) = ?$

- (A)  $x^x$  (B)  $x^x(\ln x - 1)$  (C)  $x^x(\ln x + 1)$  (D)  $x^x(\log x + 1)$  (E)  $(\ln x + 1)$

7. Evaluate  $\frac{d}{dx} \left( \frac{\arccos x}{\arcsin x} \right) = \frac{d}{dx} \left( \frac{\cos^{-1} x}{\sin^{-1} x} \right) = ?$

- (A)  $\frac{-(\sin^{-1} x + \cos^{-1} x)}{\sqrt{1-x^2}(\sin^{-1} x)^2}$  (B)  $\frac{-(\sin x + \cos^{-1} x)}{\sqrt{x^2}(\sin^{-1} x)^2}$  (C)  $\frac{-\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}$

- (D)  $\frac{-(\sin^{-1} x + \cos^{-1} x)}{\sqrt{1-x^2}(\cos^{-1} x)^2}$  (E)  $\frac{-(\sin^{-1} x + \cos^{-1} x)}{\sqrt{1+x^2}(\cos^{-1} x)^2}$

8. Assume  $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$ , please find  $f'(x) = ?$

(A)  $\ln x \left[ \frac{e^x}{x^2} + \frac{1}{x^2} \right]$  (B)  $e^x \left[ \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2} \right]$  (C)  $x^{\frac{1}{x}} \left[ -\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2} \right]$  (D)  $x^{\frac{1}{x}} \left[ -\frac{\log x}{x^2} + \frac{1}{x^2} \right]$  (E)  $x^{\frac{1}{x}} \left[ \frac{x \ln x}{x^3} + \frac{1}{x^2} \right]$

9. Assume  $f(x) = \log_7 [6x^3 - 7x^2 + 5x]$ , please find  $f'(x) = ?$

(A)  $\frac{18x^2 - 14x + 5}{6x^3 - 7x^2 + 5x}$  (B)  $\log 7 \left[ \frac{18x^2 - 14x + 5}{6x^3 - 7x^2 + 5x} \right]$  (C)  $\ln 7 \left[ \frac{18x^2 - 14x + 5}{6x^3 - 7x^2 + 5x} \right]$  (D)  $\frac{1}{\log 7} \left[ \frac{18x^2 - 14x + 5}{6x^3 - 7x^2 + 5x} \right]$

(E)  $\frac{1}{\ln 7} \left[ \frac{18x^2 - 14x + 5}{6x^3 - 7x^2 + 5x} \right]$

10. Evaluate  $\int_3^4 \frac{4x-3}{(2x^2-3x-2)^2} dx = ?$

(A)  $\frac{29}{176}$  (B)  $\frac{11}{126}$  (C)  $\frac{73}{129}$  (D)  $\frac{63}{133}$  (E)  $\frac{156}{229}$

11. If we know  $\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^\infty e^{-st} \cdot f(t) \cdot dt$ , please evaluate  $\mathcal{L}\{\sin \alpha t\} = ?$

(A)  $\frac{s}{s^2 + \alpha^2}$  (B)  $\frac{\alpha}{s^2 + \alpha^2}$  (C)  $\frac{s^2}{s^2 + \alpha^2}$  (D)  $\frac{1}{s^2 + \alpha^2}$  (E)  $\frac{\alpha^2}{s^2 + \alpha^2}$

12. According to 11. please evaluate  $\mathcal{L}\{\sin t \cos t\} = ?$

(A)  $\frac{s}{s^2 + 4}$  (B)  $\frac{2}{s^2 + 4}$  (C)  $\frac{s^2}{s^2 + 2^2}$  (D)  $\frac{1}{s^2 + 4}$  (E)  $\frac{2^2}{s^2 + 2^2}$

13. Evaluate  $\int \sec x dx = ? + C$

(A)  $\ln|\sec x + \tan x|$  (B)  $\ln|\sec x \cdot \tan x|$  (C)  $\ln|\csc x \cdot \tan x|$  (D)  $\ln|\csc x + \tan x|$  (E)  $\log|\csc x \cdot \tan x|$

14. Evaluate  $\int_1^4 \frac{2^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = ?$

(A)  $\frac{2}{\ln 8}$  (B) 0 (C)  $\frac{1}{\ln e}$  (D)  $\frac{2}{\ln 4}$  (E)  $\frac{4}{\ln 2}$

15. Evaluate  $\int_0^{\ln \sqrt{3}} \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx = ?$

(A)  $\frac{\pi}{3}$  (B)  $\frac{\pi}{4}$  (C)  $\frac{\pi}{12}$  (D)  $\frac{\pi}{32}$  (E)  $\frac{\pi}{36}$

16. Evaluate  $\int_0^x \frac{(1+\varepsilon x)}{1-x} dx = ?$

(A)  $\left[ (1-\varepsilon) \ln \frac{1}{1-x} \right] - \varepsilon x$  (B)  $\left[ (1+\varepsilon) \ln \frac{1}{1-x} \right] + \varepsilon x$  (C)  $\left[ (1+\varepsilon) \ln \frac{1}{1-x} \right] - \varepsilon x$

(D)  $\left[ (1-\varepsilon) \ln \frac{1}{1+x} \right] - \varepsilon x$  (E)  $\left[ (1+\varepsilon) \ln \frac{1}{1+x} \right] - \varepsilon x$

17. Evaluate  $\int_0^x \frac{(1+\varepsilon x)}{(1-x)^2} dx = ?$

(A)  $\left[ -\varepsilon \ln \frac{1}{1-x} \right] + (1+\varepsilon) \frac{x}{1-x}$  (B)  $\left[ \varepsilon \ln \frac{1}{1+x} \right] + (1+\varepsilon) \frac{x}{1-x}$  (C)  $\left[ \varepsilon \ln \frac{1}{1+x} \right] + (1-\varepsilon) \frac{x}{1-x}$

(D)  $\left[ \varepsilon \ln \frac{1}{1+x} \right] + (1-\varepsilon) \frac{x}{1+x}$  (E)  $\left[ \varepsilon \ln \frac{1}{1+x} \right] + (1-\varepsilon) \frac{1}{1+x}$

18. Find the area of the region bounded by  $x = y^2$  and  $x = y + 2$ .

(A)  $\frac{3}{2}$  (B)  $\frac{5}{2}$  (C)  $\frac{7}{2}$  (D)  $\frac{9}{2}$  (E) 2

19. The region enclosed by  $y = 3x - x^2$  and  $y = 0$  is rotated about the line  $x = -1$ . Find the volume of the resulting solid.

(A)  $\frac{16}{3} \pi$  (B)  $\frac{45}{2} \pi$  (C)  $\frac{16}{3}$  (D)  $\frac{45}{2}$  (E)  $15\pi$

20. Evaluate  $\int_{-10}^{10} \frac{\sin 4x}{\sqrt{1+x^{10}}} dx = ?$

(A) 456 (B) 321 (C) 213 (D) 933 (E) 0

21. Evaluate  $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos x}{x\sqrt{1+\pi^5}} dx = ?$

(A)  $\cos \frac{25}{2} \pi$  (B)  $\sin \frac{25}{2} \pi$  (C)  $\tan \frac{25}{2} \pi$  (D)  $\cot \frac{25}{2} \pi$  (E) 0

22. Evaluate  $\int \cos^{-1} x dx = ?$

(A)  $x^2 \sin^{-1} x + \sqrt{1+x^2} + C$  (B)  $x \cos^{-1} x - \sqrt{1-x^2} + C$  (C)  $x \cos^{-1} x + \sqrt{1+x^2} + C$

(D)  $x \sin^{-1} x + \sqrt{1-x^2} + C$  (E)  $x \cos x + \sqrt{1+x^2} + C$

23. Evaluate  $\int \frac{4x^2 + 20x + 25}{16x^3 + 120x^2 + 300x + 250} dx = ?$

(A)  $\frac{1}{2} \ln|2x-10| + c$  (B)  $\frac{1}{3} \ln|3x-10| + c$  (C)  $\frac{1}{4} \ln|4x+10| + c$

(D)  $\frac{1}{5} \ln|5x-10| + c$  (E)  $\frac{1}{7} \ln|7x+10| + c$

24. Evaluate  $\int_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^2 x \sec^{-1} x dx = ?$

(A)  $\frac{3}{4}\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}$  (B)  $\frac{5}{7}\pi + \frac{\sqrt{3}}{2}$  (C)  $\frac{9}{5}\pi + \frac{\sqrt{2}}{3}$  (D)  $\frac{5}{9}\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}$  (E)  $\frac{5}{9}\pi + \frac{\sqrt{7}}{5}$

25. 已知細菌繁殖率與原有細菌數量成正比，假設某一時刻細菌量為1,000隻，經過三小時後細菌曾為8,000隻，則再經過四小時後細菌量應為多少隻？

(A) 128,000 (B) 300,000 (C) 588,000 (D) 598,000 (E) 800,000