

國立宜蘭大學 105 年度第二次微積分競試 試題

※注意事項※

1. 考試時間為 100 分鐘(13:10-14:50)，考試開始 10 分鐘後不得入場，考試期間不得離開考場；考試期間亦禁止使用字典、計算機及任何通訊器材。
2. 本試題共計 24 題，總分為 101.9 分。
3. 各題答案請依題號填入答案卷上相對應題號的空格內，填錯格或填在格外者不予計分，字跡切勿潦草，答錯或未作答者，不給分亦不倒扣。
3. 請將您的班級、學號及姓名，用正楷填寫於答案卷上方的欄位內。
4. 考試結束時，請將答案卷繳回即可，本試題不必繳回。
5. 14:00 後才能提早交卷。

祝考試順利!!!

1-4 題每題 3 分

1. Evaluate $g(2)$ if $g(x)$ is the inverse function of $f(x)$, where

$$f(x) = \left(\frac{x+2}{4} \right)^{\frac{1}{3}}$$

2. Evaluate the limit if it exists. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x}{x}$

3. Evaluate the limit if it exists. $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos \theta}{\cot \theta}$

4. Evaluate the limit if it exists. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}$

5-15 題每題 4 分

5. Evaluate the limit if it exists. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + x(\ln x - 1)}{(x - 1) \ln x}$

6. Evaluate the limit if it exists. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \right)^x$

7. 若 $f(x) = (x-1)^{\frac{5}{3}}$ ，請找出其反曲點座標。

8. 若 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 32$ 且 $x \in [-6, 4]$ ，求 $f(x)$ 的最大值與最小值。
（最大值，最小值）= _____

9. 請寫出 $f(x) = \frac{x^2}{4-x^2}$ 函數圖形的所有漸近線。

10. Evaluate the slope m for the tangent line of the curve $(4-x)y^2 = x^3$ at the point $(2, 2)$.

11. Find $\frac{dy}{dx}$ for the curve given by $x = \sin t$, $y = \cos t$.

12. 計算 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{100}(x) \cos(x) dx$

13. 計算不定積分 $\int x^2 e^{\frac{x}{3}} dx$

14. 計算不定積分 $\int \frac{1}{(2x+1)^3} dx$

15. Find the maximum value of $f(x, y) = x^2 - y^2$, subject to the constraint

$$2y - x^2 = 0$$

16-24題每題5.1分

16. 拋物線 $y = x^2$ 與直線 $y = 4x + 12$ 圍成一區域，求此封閉區域的面積

17. Compute the arc length for the function $y = \ln(\cos x)$, $x \in [0, \frac{\pi}{3}]$

18. Calculate $\frac{\partial z}{\partial y}$ using implicit differentiation. $x^9 + z \sin xyz = 0$

19. Suppose that $D_{\mathbf{u}}f(3,15) = -10$ and $D_{\mathbf{v}}f(3,15) = 15$, where

$$\mathbf{u} = \frac{3}{5}\hat{i} - \frac{4}{5}\hat{j} \quad \text{and} \quad \mathbf{v} = \frac{4}{5}\hat{i} + \frac{3}{5}\hat{j}. \quad \text{Find } f_x(3,15).$$

20. Evaluate the integral $\int_0^4 \int_{y/2}^2 e^{x^2} dx dy$ by reversing the order of integration.

21. Evaluate the integral $\iint_R xy dA$, where R is the triangle

$$x + y \leq 5, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

22. Let R be the region lying between the two circles $x^2 + y^2 = 1$ and

$$x^2 + y^2 = 5, \quad \text{Evaluate the integral } \iint_R (x^2 + y) dA.$$

23. Find the absolute minimum of the given function on the indicated closed and bounded set R . $f(x, y) = x^2 + 4y^2 - x$; R is the disk $x^2 + y^2 \leq 9$.

24. Write the first three nonzero terms in the power series expression with center at 0 for the function $g(x) = \tan^{-1} x$, $-1 < x < 1$, $g(x) \approx$ _____.