

# 國立宜蘭大學 106 年度第二次微積分競試 試題

## ※注意事項※

1. 考試時間為 100 分鐘(13:10-14:50)，考試開始 10 分鐘後不得入場，考試期間不得離開考場；考試期間亦禁止使用字典、計算機及任何通訊器材。
2. 本試題共計 24 題，總分為 112.8 分。
3. 各題答案請依題號填入答案卷上相對應題號的空格內，填錯格或填在格外者不予計分，字跡切勿潦草，答錯或未作答者，不給分亦不倒扣。
4. 請將您的班級、學號及姓名，用正楷填寫於答案卷上方的欄位內。
5. 考試結束時，請將答案卷繳回即可，本試題不必繳回。
6. 14:00 後才能提早交卷。

祝考試順利!!!

1-8 題每題 4 分

1.  $\arctan \frac{9}{x} = \arcsin(\underline{\hspace{2cm}})$ ,  $x > 0$

2.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan x}{\sin x - \cos x} =$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x}}{e^x - 1} =$

4. 求  $f(z) = \ln(z^2 - 4)$  的鉛直漸進線

5.  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \ln|\cos x| =$

6. 已知  $y = \sqrt{\sec x^3}$  , 求  $\frac{dy}{dx}$

7. 已知  $y^3 + y^2 - 5y - x^2 = -4$  , 求  $\frac{dy}{dx}$

8. 已知  $y = x^{\sin x}$  , 求  $\frac{dy}{dx}$

9-16 題每題 5 分

9. 已知  $y = x^3 \sin^{-1} x + \cos^{-1} \sqrt{x}$  , 求  $\frac{dy}{dx}$

10. 已知  $y = x^4 - 4x^3$ ，求反曲點。

11. Find  $\int x^2 e^{2x} dx$ .

12. Find  $\int \frac{5}{x^2 + 3x - 4} dx$ .

13. Evaluate  $\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{1}{1 + 4x^2} dx$ .

14. Evaluate  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x(x+1)}}$ .

15. Find the directional derivative of the function  $f(x,y) = x^2 - 3y^2$  at a point  $P(1, 1)$  in the direction  $\mathbf{u} = (4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}) / 5$ .

16. 下列數列何者為收斂？

(a)  $a_n = \frac{5}{n}$     (b)  $a_n = \frac{3^n}{n!}$     (c)  $s_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^{0.9}}$     (d)  $s_n = \sum_{k=1}^n \frac{2^k}{k!}$

**17-24 題每題 5.1 分**

17. 已知  $y = \frac{x(|x| + 2)}{\sqrt{x^2 - 1}}$ ，求斜漸近線。

18. Evaluate  $\int_{\sqrt{3}}^2 \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{x} dx$ .

19. Compute the arc length of the graph of  $y = \ln(\cos x)$ ,  $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$ .
20. If  $\mathbf{n}$  is a unit normal vector to the surface of the equation  $4x^2 - y^2 + z = 0$  at the point  $(1, -2, 0)$ ,  $\mathbf{n}$  can be expressed as  $\mathbf{n} = a\mathbf{i} + b\mathbf{j} + c\mathbf{k}$ , where  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ , and  $\mathbf{k}$  are the unit vectors in  $x$ -,  $y$ -, and  $z$ - axes in cartesian coordinates in space, correspondingly. Please evaluate the value of  $|a| + |b| + |c|$ .
21. A curve is shaped by the intersection of two surfaces in space, namely  $S_1$  and  $S_2$ , where  $S_1: 3x^2 - 2y^2 - z^2 = 0$  and  $S_2: x + y + z = 3$ . If  $\mathbf{T}$  is a unit tangent vector to the curve at the point  $(1, 1, 1)$ ,  $\mathbf{T}$  can be expressed as  $\mathbf{T} = a\mathbf{i} + b\mathbf{j} + c\mathbf{k}$ , where  $a > 0$ . Please evaluate the value of  $(a + b + c)$ .
22. Find the total derivative of  $dw/dt$  at  $t = 0$ , if  $w = w(x, y) = x y \cos y$ , and  $x$  and  $y$  are both functions of  $t$ , where  $x = x(t) = 3 e^{2t}$ ,  $y = y(t) = 3\pi - 2t$ .
23. Find the solid volume that lies within the sphere:  $x^2 + y^2 + z^2 = 36$ , above the  $xy$ -plane, and below the cone:  $z^2 = x^2 + y^2$ .
24. Evaluate the integral  $\iint_R x^2 dA$ , where  $R$  is the region bounded by the ellipse in the  $xy$ -plane:  $4x^2 + 9y^2 = 36$ .