

# 生機系 微積分二 期 中 考

每題 10 分

1. 求以下無窮級數之收斂性： (a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n\sqrt{n^2+1}}$  (b)  $\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n^2}$
2. 求以下冪級數之收斂區間： (a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(x-3)^n}{n3^n}$  (b)  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x}{10}\right)^n$
3. 以中心為 0 之冪級數表示下列函數，並求其收斂區間：  $g(x) = \frac{1}{x^2+1}$
4. 以 Maclaurin 級數表示下列函數：  $f(x) = e^{x^2/2}$
5. 以中心為 1 之 Taylor 級數表示下列函數：  $f(x) = \ln x$
6.  $9x^2 - y^2 - 36x - 6y + 18 = 0$  為何種曲線？繪出並求其頂點、焦點、中心、離心率等。
7. 轉成直角座標方程式： (a)  $x = 2t, y = |t|$  (b)  $x = -3 + 4\cos\theta, y = 2 + 5\sin\theta$
8. 求參數方程式  $x = 4\cos\frac{\theta}{4}, y = 4\sin\frac{\theta}{4}$  之一階、二階導數，及在  $\theta = \pi$  之斜率與凹性。
9. 求參數方程式  $x = 2t + \ln t, y = 2t - \ln t$  之不同凹性開區間。
10. 求  $x = e^{-t} \cos t, y = e^{-t} \sin t$  在  $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$  之間的弧長。