

微積分 II

考試 3

學號： _____

姓名： _____

得分： _____

總分: 110 分, 考試時間80 分鐘

1. (30 %) 利用部分分式法進行底下積分運算

(a). $\int \frac{5}{x^2+3x-4} dx$

(b). $\int \frac{x}{16x^4-1} dx$

(c). $\int \frac{x^2-1}{x^3+x} dx$

2. (20 %) 計算底下極限值

(a). $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x} \sqrt{x}$

(b). $\lim_{x \rightarrow 1^+} (\ln x)^{x-1}$

3. (20 %) 寫出底下函數 $f(x)$ 在中心 c 的 n 階近似多項式 $P_n(x)$ 。

(a). $f(x) = \ln x$, 在中心點 $c = 1$ 的三次近似多項式 $P_3(x)$

(b). $f(x) = e^{-x}$. 在中心點 $c = 0$ 的五次近似多項式 $P_5(x)$

4. (20 %) 針對底下積分式，若積分為**發散**則說明其為發散，若為**收斂**則計算其積分結果。

(a). $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{4}{16+x^2} dx$

(b). $\int_0^2 \frac{1}{(x-1)^2} dx$

5. (20 %) 針對底下函數寫出其以 c 為中心點冪級數 (power series) ，並寫出其收斂區間 (interval of convergence)

(a). $f(x) = \frac{5}{2x-3}$, $c = -3$

(b). $f(x) = \ln(x+1) = \int \frac{1}{x+1} dx$, $c = 0$